

« PETIT SOCLE CULTUREL ILLUSTRÉ EN MATHÉMATIQUES »

M.Tassin - Cellule Epicure

Remarques préalables :

En complément de ce petit socle culturel, il y a moyen de se procurer des dossiers pédagogiques détaillés sur le site www.cellule-epicure. Il y a notamment un dossier « Art et géométrie » et un autre « Numération-histoire » qui touchent directement les mathématiques .

- **Ce document « Petit socle culturel illustré en mathématiques »** a été conçu pour démontrer la possibilité et l'intérêt d'aborder des apprentissages mathématiques dans une approche culturelle. Il soumet une liste non exhaustive d'idées d'activités au départ des socles de compétences. Partant des mathématiques, il y a intégré des approches artistiques et culturelles.
- **Qu'en penser actuellement ?**
Même s'il a été rédigé en relation avec l'ancien référentiel : les Socles, il s'inscrit bien dans la logique du Pacte, du PECA et de l'ECA et reste donc utile tel quel par l'abondance d'idées d'activités et d'approches.
- **Analyse de l'outil en fonction du référentiel ECA**
La culture dépasse le domaine ECA et doit s'intégrer dans tous les domaines.
Dans ce petit socle, la démarche était inverse : on part des mathématiques pour y intégrer la culture.
- **Savoirs mathématiques en lien avec le culturel repris dans les petits socles** : grandeurs et mesures (que l'on peut retrouver dans des œuvres d'art, spécialement dans les constructions architecturales), nombres (numération : son origine, les différents systèmes de numération selon les cultures et les époques + nombre d'or, nombre Pi, nombre Phi, que l'on retrouve dans beaucoup d'œuvres d'art), la symétrie (idem), les transformations du plan, les pavages, la perspective, les proportions, les fractions (que l'on peut retrouver en musique dans le rythme et les partitions), le zéro et l'infini (suscitant une réflexion philosophique), les classements et tout le travail de géométrie : figures, formes, solides, origamis, transpositions 2D à 3D (et inversement)...
-
- **Cohérence avec le référentiel ECA** . Beaucoup de ces notions s'y retrouvent. Le référentiel ECA a été construit en mettant en cohérence les savoirs, savoir-faire et les compétences. Ce qui se trouve dans les savoirs sera donc travaillé dans les savoir-faire et compétences correspondantes.
Par exemple
-

S2 : Fondamentaux

Temps/rythme :

*en musique : P1 : repères culturels : marche rythmée- /P2 –identifier les rythmes formels/ P3 : identifier et définir la pulsation, le rythme

Espaces/forme/... : Travail sur les formes se retrouve avec des modalités différentes

*en expression plastique : P1 : identifier une variété de formes organiques et géométriques/P2 : repères culturels : les plasticiens de la forme/ P3 : repères culturels : la géométrie dans l'art- illustrer des formes géométriques- illustrer la représentation en miroir/P4 : identifier la symétrie et l'asymétrie de formes -distinguer formes 2D-3D/ P6 : Repères culturels : agrandissements et réduction dans l'art-volumes en architecture- identifier points de vue et plans/S1 : repères culturels : la perspective dans l'art-décrire les techniques de perspective-analyser la composition d'images /S2 : traiter des volumes-analyser le trait et l'espace- catégoriser les formes en 3D- - exemplifier les qualités d'une composition-/S3 : identifier l'utilisation des volumes en architecture-

S3 :

Contexte (historique, géographique, social et culturel) se retrouve tout au long du cursus avec une gradation) en rapport avec les objets culturels rencontrés, mathématiques ou non. Dans la fiche de l'outil, l'exemple de l'historique de la numération va dans ce sens.

Fonction : utilité des mesures, de la construction des formes géométriques... sera questionnée de façon progressive tout au long du cursus :

Sens : les liens interdisciplinaires établis, l'approche culturelle donne sens aux apprentissages abordés, y compris mathématiques

SF2 : Utiliser des outils, des instruments, le corps, l'image, le son, la voix

P1 : utiliser des formes variées pour produire un visuel/ traduire graphiquement et corporellement des hauteurs, durées, intensités différentes (musique)/ P4 : reconnaître des formes musicales/S2 : frapper la pulsation- expérimenter 2D-3D/

SF3 : Interroger le contexte, la fonction , le sens

Interrogation tout au long du cursus à partir d'œuvres et d'objets culturels ayant un caractère mathématique ou non. P1 : : Interroger le contexte, la fonction, le sens d'éléments culturels- classer des œuvres et objets culturels selon des critères /P3 : classer les traces récoltées-utiliser des formes géométriques-P6 : mettre les volumes en œuvre

C1 Fréquenter des lieux, œuvres et objets culturels variés :

Propositions diverses dans les petits socles ... d'aborder des notions mathématiques à partir d'œuvres : BD, livres, partitions, images, œuvres d'art

C2 : Décoder les fondamentaux

En lien direct avec S2 et SF2

C3 : interpréter le contexte, la fonction, le sens

En lien direct avec tout ce qui a été dit plus haut pour S3 et SF3.

MATHEMATIQUES

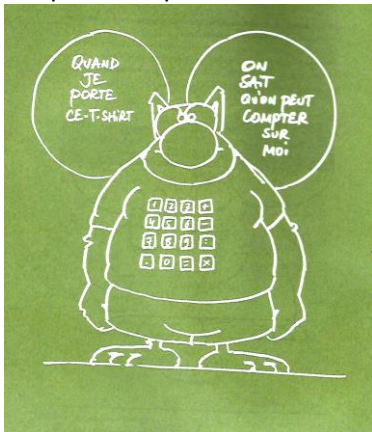
1. Préalables

-Efficacité des math dans les sciences :

- * Le langage mathématique serait le «seul capable de lire le grand livre de la Nature » (Galilée)
- * La mathématique s'impose de + en + dans les sciences (même en sciences humaines). Elle évolue vers un langage de plus en plus abstrait et plus précis ... lui donnant puissance et universalité.
- * La méthode de recherche scientifique utilise des techniques mathématiques : observations quantitatives- utilisation d'instruments de mesure- mesures de grandeurs - tableau de données- graphiques- schémas- croquis- classements des résultats- classifications ...
- * L'apport utilitaire des math dans le quotidien est parfois contesté (à part les opérations de base réalisables avec des machines)
- *Il est intéressant de travailler les mathématiques en interdisciplinarité.

-Mathématiques et langage :

« On peut compter sur moi » !



Yves Duteil : «faire la somme de ses différences, se soustraire à l'ignorance, faire partie du nombre.. »

-Mathématiques et histoire :

Origine des découvertes et théories- repères du temps-Histoire de la numération. ..

-**Mathématiques et géographie** : repères spatiaux- représentations de l'espace- mesures- graphiques- projection cartographique- méthode de recherche

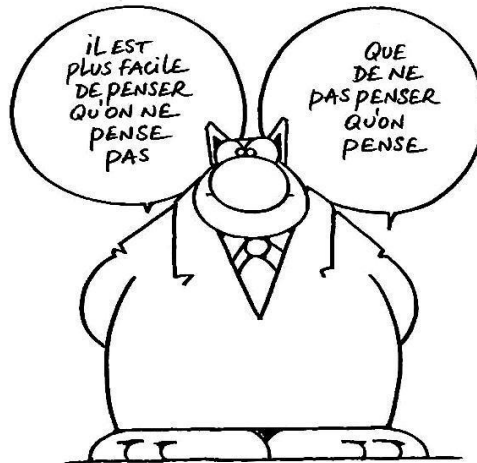
-Mathématiques et art :

L'art

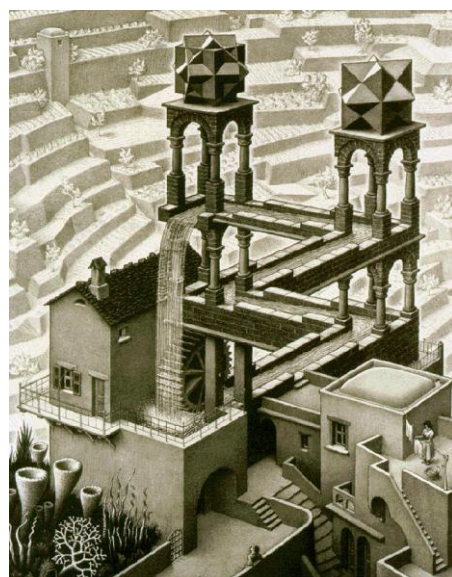
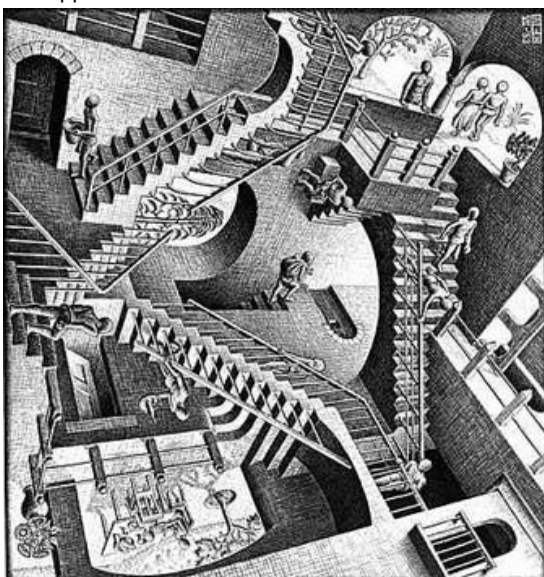
- *utilise des principes mathématiques (Exemples : nombre d'or chez Mondrian- symétrie chez Vasarely- transformations du plan dans l'iconographie chilienne- pavages d'Escher ou de l'Alhambra de Grenade-géométrie projective pour la perspective- cube pour l'atomium...),
 - *les illustre, les diffuse, s'en inspire, les transpose (pavillon Philips, Xenakis), les critique....
- C'est dans cette interdisciplinarité que l'on peut intégrer la culture aux apprentissages même en mathématiques.

2. Compétences transversales décrites dans les Socles de compétences

- Méthode scientifique basée sur la démarche mathématique- utilisation math pour recherches
- Logique (jeux logiques-Escher- tautologies et impossibilités- logique construite à partir des paradoxes sémantiques- logiques- suite de négations)



Philippe Geluck



Logique- Illogique : Escher

-Droit à l'erreur ?

3. Compétences relatives aux outils mathématiques de base

3.1. Nombres

* **Ecriture des nombres** – chiffres, nombres, comptages

Apports culturels possibles : **origine historique de notation des nombres- variété des systèmes de numération** - lettrisme dans l'art- jeux d'association de lettres et de chiffres- humour



* **bases** (binaire- décimale- base 20- base 60)

Apport culturel : prendre conscience de la variété de bases possibles, des différences culturelles, de l'évolution des mathématiques

* **instruments** (jetons en argile mésopotamiens- boulier chinois- boulier romain - cordelettes (quipus des incas) – boulier compteur moderne- calculette.

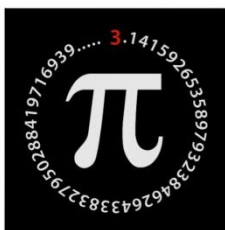
Essais d'utilisation et analyse critique de l'efficacité de chaque système.

* **Nombre π (pi)** : π (Pi) est un nombre irrationnel, c'est à dire qu'il s'écrit avec un nombre infini de décimales sans suite logique. On en connaît aujourd'hui 10 000 milliards (en 2011). Les premières sont

«3,,14159265358979323846264338327950288419716939937510582.

Dans la pratique, on utilise 3,14 mais il est souvent aisé de retenir 22 septièmes ou racine de 10 pour obtenir une valeur approchée de Pi .

Apport culturel : son côté « insaisissable » lui confère une zone de mystère qui attire tant les scientifiques que les artistes... et les enfants.



* **Nombre ϕ (Phi) ou nombre d'or**- Apport culturel : Découverte progressive. Se retrouve dans la nature, chez l'homme, dans l'art et dans bien des équations mathématiques.

Apport culturel : retrouver le nombre d'or dans des œuvres d'art. Notions d'harmonie esthétique, d'équilibre....

- **Nombres entiers- nombres naturels, rationnels et décimaux- demis et doubles - fractions**

Apport culturel : aborder les fractions en musique.

* valeur des notes (durée du son): ronde, blanche, noire, croche..... // division et multiplication par 2

*rythmes : mesures à 2-3-4-6. Tout est divisible par 3 et par 4 : travail sur fractions

* fréquences des mêmes notes : notion de multiples

Dans la musique occidentale, les catégories de hauteurs sont au nombre de douze. Sept d'entre elles sont considérées comme les principales et ont pour noms :do, ré, mi, fa, sol, la et si.



L'intervalle compris entre deux hauteurs dont la fréquence de l'une vaut le double (ou la moitié) de l'autre s'appelle une octave

Ex. Fréquences du do

do	32,70	65,41	130,81	261,63	523,25	1046,50
----	-------	-------	--------	--------	--------	---------

-série harmonique : $1+1/2+1/3+1/4...$

* **Zéro** : 0 (rien)

Son apparition dans l'histoire fut difficile et parfois mal acceptée. Comment calculer avec « rien » ?





Sur le plan de la symbolique, signalons le livre « Le zéro et l'infini » d'Arthur Koestler

*L'infini petit et grand



- Apport culturel : Historique

L'infini est également une notion « insaisissable » qui attire chercheurs et artistes.

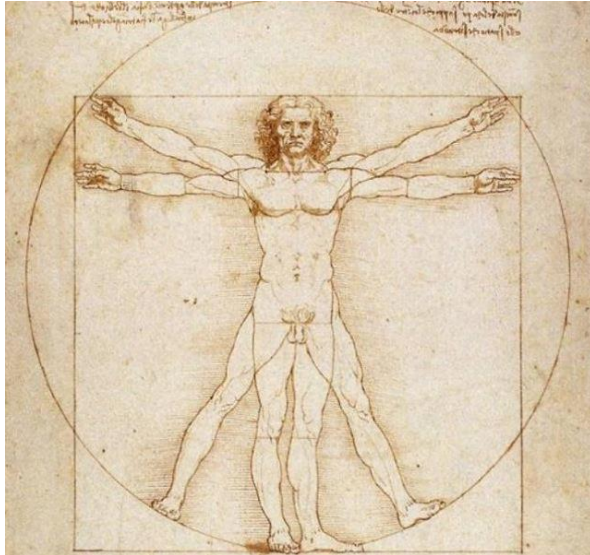
FOOOOR..MIDABLE ! Regardez cette video Bach et Möbius
https://www.youtube.com/watch?v=Y0_DeHSTLHU

* **Proportionnalité** – Fractions- %

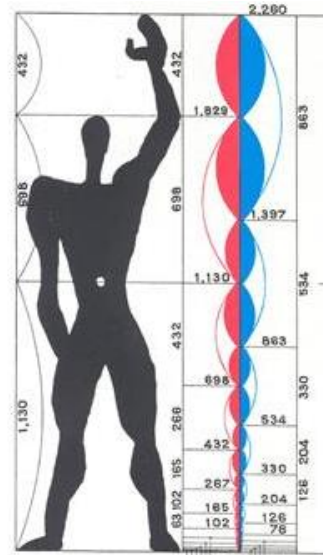
Apport culturel : travail des proportions et échelles en construisant une maquette architecturale, travail de la perspective, en transformations du plan , (homothéties), découverte des proportions du corps humain et découverte de la « divine proportion » dans l'art.

Découverte historique (Vitruve- Constructeurs du Moyen-Age utilisant des étalons naturels corporels- Léonard de Vinci- le Modulor de Le Corbusier...)

Utilisation de ces proportions par les artistes peintres et sculpteurs, architectes, en ergothérapie



Homme de Vitruve de L de Vinci



Modulor de Le Corbusier

*** Statistiques et probabilités**

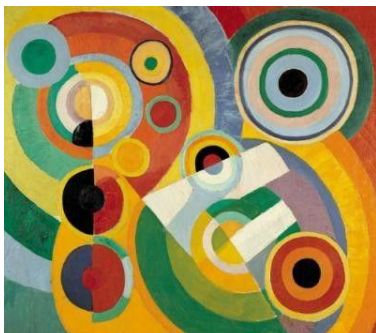
Apport culturel : analyse de l'utilisation parfois trompeuse des statistiques, des graphiques dans le quotidien, en politique par exemple.

3.2. Classements - tris

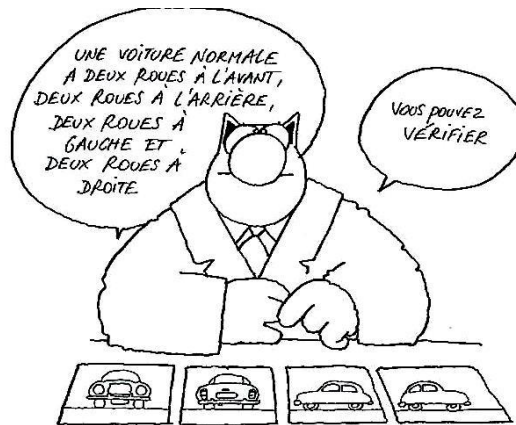
***théorie des ensembles**



Kandinsky



Delaunay



La théorie des ensembles de Cantor puis Zermelo et Fraenkel et Skolem a été à la base des Mathématiques modernes enseignées et mises au point par Georges Papy. Cette théorie est aujourd'hui pratiquement abandonnée dans l'enseignement.

***Suites :**

Apport culturel : série harmonique- poésie- Suite de Fibonacci

***Opérations :** multiplication et division

***Comparaisons de nombres :** entiers ; décimaux, fractions, rationnels

3.3. Solides et figures

Concepts :

- géométrie euclidienne (2points-ligne droite- fonction affine)- géométrie géodésique : terre tout sauf lignes droites- pi-
- Histoire de la géométrie. Quand et pourquoi apparaissent les premières notions ?

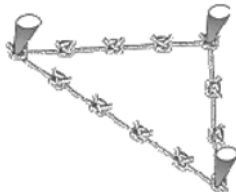
Surfaces planes : Apports culturels

***Triangles :**

Mesure hauteur d'un bâtiment à partir du Théorème de Thalès voir

<http://crpal.free.fr/sciences/autres/mheh.pdf> -

Triangle rectangle à partir de la corde à 13 nœuds des Egyptiens



Triangle de Penrose



Décomposition de surfaces en triangles

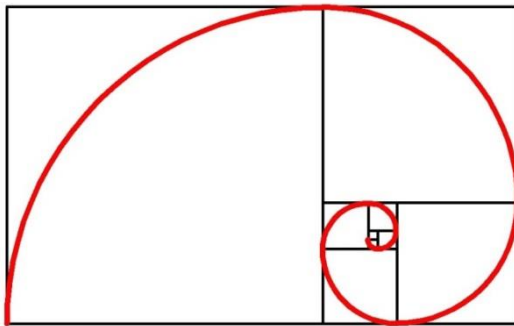
Triangles dans l'art : Architecture, décorations, tapis , bijoux ...



Et dans des cultures différentes



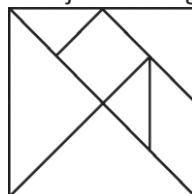
* Rectangle d'or et suite de rectangles d'or formant une spirale



* Tangrams

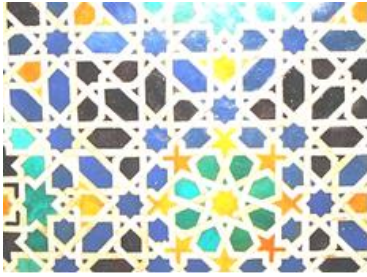
Sans que l'on en soit sûrs, il semblerait que « l'âge du jeu de tangram, appelé en chinois « qī qiǎo bǎn » (prononcé approximativement tzi tchiao pan, « Les sept plaques de l'habileté », en raison des 7 plaques utilisées, n'est pas connu, mais il semble remonter à la haute Antiquité. Ce jeu est dans le domaine public. **Wikipedia**

Une légende dirait « qu'un empereur chinois du xvi^e siècle du nom de Tan, fit tomber un carreau de faïence qui se brisa en 7 morceaux. Il n'arriva jamais à rassembler les morceaux pour reconstituer le carreau mais l'homme s'aperçut qu'avec les 7 pièces il était possible de créer de formes multiples, d'où l'origine du jeu de tangram ».



* Pavages

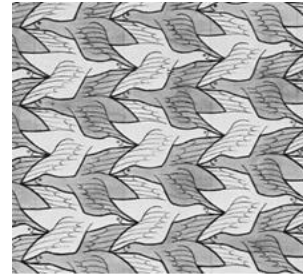
Historique- Types de pavages- Exemples de formes géométriques imbriquées – exemples de formes non géométriques



Alhambra



Vasarely

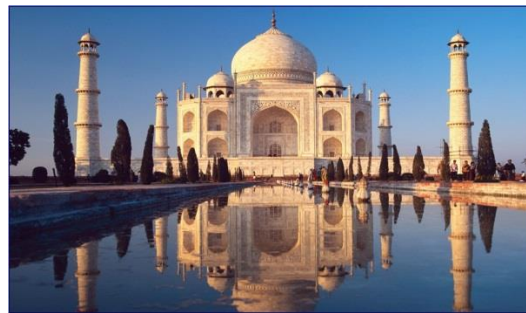


Escher

* Symétrie: Vitruve- Escher- Vasarely- Architecture (Taj Mahal) – Rosaces gothiques- art géométrique- art deco



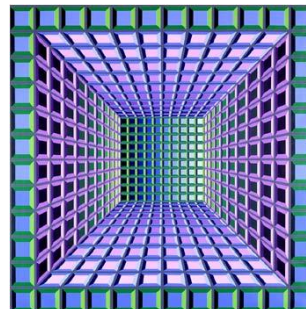
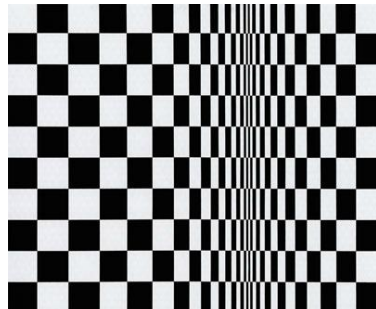
Symétrie non parfaite du corps et du visage-



Symétrie en architecture



Effets d'optique : EX. Vasarely



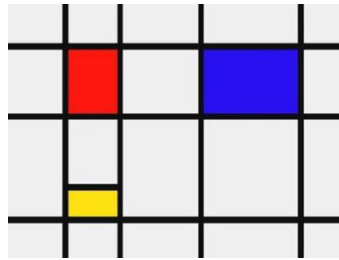
* Quadrillages : Ensemble de lignes qui divisent une surface en carrés.

Damiers : plateau divisé en 100 cases alternant des carrés de 2 couleurs, pour jouer aux dames. Par extension, tissu (drapeau) avec alternance semblable de carreaux de deux couleurs ou ornement architectural composé de plusieurs bandes de carrés ou rectangles alternativement en saillie ou creux ou plan de ville orthogonal à mailles carrées..

Carré latin - carrés magiques



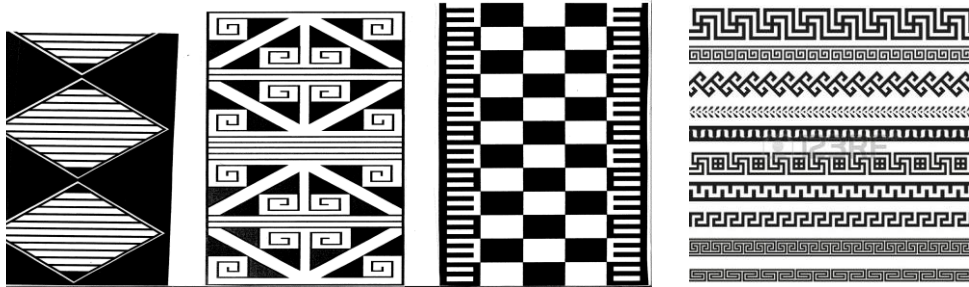
A. Drisch



Mondrian

* Graphes et parcours : labyrinthes

* Transformations du plan : ex. décorations amérindiennes ou frises grecques



Passage de 3D à 2D ou l'inverse : Dans quel ordre ?

Exercices de transposition d'œuvres 2D en 3D et vice versa

* Perspectives- (Vasarely- tableaux anciens) - Géométrie projective (XVI^es peinture)

* Origami- Les mathématiques de l'origami

<http://www.dms.umontreal.ca/~rousseac/Origami.pdf>

Polyèdres : Apport culturel : aborder les solides à partir de l'architecture - Construire des maquettes



3.4. Les grandeurs

Grandeurs : Historique des mesures- corde à 13 nœuds- étalons naturels puis officiels- décisions arbitraires-

Comparer, mesurer : Apport culturel : exercice sur l'homme de Vitruve ; proportions humaines -Math dans la nature-

3.5. Traitement de données

-Apport culturel : analyser des graphiques économiques, sociologiques